ISSN (Online): 2455-3662
EPRA International Journal of Multidisciplinary Research (IJMR) - Peer Reviewed Journal
Volume: 6 | Issue: 11 |November 2020 || Journal DOI: 10.36713/epra2013 || SJIF Impact Factor: 7.032 ||ISI Value: 1.188

DISTRIBUTION OF MATRIX ARGUMENT FUNCTIONS IN THE FURE TRIGONOMETRIC SERIES

Mehrochev Barot Botir ugli
Assistant
Karshi Branch of the
Tashkent Institute of Irrigation and
Agricultural Mechanization Engineers

ABSTRACT

It is Well known that the distribution of functions of real variables in the Fure trigonometric series is well studied. Here we consider functions with matrix variables and the analog of the Fure series for functions with matrix arguments for them.

KEY WORDS: ***complex number, matrix, unitary matrix, the theorem of Schur the diagonal, its value, the number of the Fure, the matrix of the upper triangle.***

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ АРГУМЕНТАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ МАТРИЦЫ В ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЙ РЯД ФУРЕ

Мехрочев Барот Ботир угли, ассистант
Каршинский филиал Ташкентского института инженеров ирригации и механизации сельского хозяйства

Аннотация: Хорошо известно, что распределение функций действительных переменных в тригонометрическом ряду Фуре хорошо изучено. Здесь мы рассмотрим функции с матричными переменными и аналог ряда Фуре для функций с матричными аргументами для них.

Ключевые слова: *комплексное число, матрица, унитарная матрица, теорема Шура, диагональ, собственное значение, ряд Фуре, матрица верхнего треугольника.*

Дано комплексное пространство $\mathbf{C}$. $M_n(\mathbf{C})$ определяем пространстве всех n порядковых матриц. В этом пространстве, согласно теореме Шура, для матриц A, B существует унитарная матрица $T \in M_n(\mathbf{C})$ такая, что выполняется уравнение $B = T^{-1}AT$, где B - высокотреугольная матрица. Теперь $q_i(x), \quad i = 1, ..n,$ - действительные многочлены, каждый из которых удовлетворяет условию $q_i(0) = 0$. Обозначим рациональные дроби через $\mathbf{C}(x)$. Давайте посмотрим на дело $B \in M_n(\mathbf{C}(x))$.

Рассмотрим следующую диагональную матрицу:

ISSN (Online): 2455-3662
EPRA International Journal of Multidisciplinary Research (IJMR) - Peer Reviewed Journal
Volume: 6 | Issue: 11 |November 2020 || Journal DOI: 10.36713/epra2013 || SJIF Impact Factor: 7.032 ||ISI Value: 1.188

$$d(q_i(x)) = \begin{pmatrix} q_1(x) & . & 0 \\ . & . & . \\ 0 & . & q_n(x) \end{pmatrix}$$

Если мы посмотрим на $B(q_i(x)) = B + d(q_i(x))$, эта матрица также принадлежит $B(q_i(x)) \in M_n(\mathbf{C}(x))$. Выберем $q_i(x)$ так, чтобы элементы $B_{ii} + d(q_i(x))$ были разными. В этом случае собственные значения матрицы $B(q_i(x))$ различны, а $\exists S \in M_n(\mathbf{C}(x))$ - обратимая матрица, которую можно использовать, чтобы сделать матрицу $B(q_i(x))$ диагональной.

$$S^{-1}B(q_i(x))S = \begin{pmatrix} B_{11} + q_1(x) & . & 0 \\ . & . & . \\ 0 & . & B_{nn} + q_n(x) \end{pmatrix} \quad (1)$$

Если мы скажем $x = 0$, правая часть (1) будет

$$\begin{pmatrix} B_{11} & . & 0 \\ . & . & . \\ 0 & . & B_{nn} \end{pmatrix}$$

Отсюда следует, что левая часть (1) также равна $x = 0$ выше.

В таком случае

$$B = B(q_i(x))|_{x=0} = S \begin{pmatrix} B_{11} + q_1(x) & . & 0 \\ . & . & . \\ 0 & . & B_{nn} + q_n(x) \end{pmatrix} S^{-1}|_{x=0} \quad (2)$$

Здесь мы обозначаем $|_{x=0}$ и $x = 0$.

Если мы говорим $A = TBT^{-1}$ и $T_1 = TS$, то

$$A = T_1 \begin{pmatrix} B_{11} + q_1(x) & . & 0 \\ . & . & . \\ 0 & . & B_{nn} + q_n(x) \end{pmatrix} T_1^{-1}|_{x=0} \quad (3)$$

Или вы можете записать его в виде следующего ограничения на переменную x.

$$A = \lim_{x \to 0} T_1 \begin{pmatrix} B_{11} + q_1(x) & . & 0 \\ . & . & . \\ 0 & . & B_{nn} + q_n(x) \end{pmatrix} T_1^{-1} \quad (4)$$

Дана матрица A с уникальными числами $\lambda_1, \lambda_2, ... \lambda_s$.

ISSN (Online): 2455-3662
EPRA International Journal of Multidisciplinary Research (IJMR) - Peer Reviewed Journal
Volume: 6 | Issue: 11 |November 2020 || Journal DOI: 10.36713/epra2013 || SJIF Impact Factor: 7.032 ||ISI Value: 1.188

Рассмотрим скалярную функцию f с производной m_k-1-порядка около λ_k, $k=1,...s$. В этом случае для матрицы $f(A)$ с функцией аргумента и фиксированным x вокруг нее определяется $B_{ii}+q_i(x),\ i=1,...n$, а для матричной функции f выполняется следующее уравнение:

$$f(T_1\begin{pmatrix} B_{11}+q_1(x) & . & 0 \\ . & . & . \\ 0 & . & B_{nn}+q_n(x) \end{pmatrix}T_1^{-1})=(T_1\begin{pmatrix} f(B_{11}+q_1(x)) & . & 0 \\ . & . & . \\ 0 & . & f(B_{nn}+q_n(x)) \end{pmatrix}T_1^{-1})$$

(4) следует из уравнения

$$f(A)=\lim_{x\to 0}T_1\begin{pmatrix} f(B_{11}+q_1(x)) & . & 0 \\ . & . & . \\ 0 & . & f(B_{nn}+q_n(x)) \end{pmatrix}T_1^{-1} \qquad (5)$$

Теорема: Если скалярная функция действительной переменной f разложена на тригонометрический ряд вокруг одного из матричных чисел A, то следующее уравнение выполняется для всех окружающих x :

$$f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{k=1}^{\infty}a_k\cos kx+b_k\sin kx$$

В этом случае имеет место следующее уравнение:

$$f(A)=\frac{a_0}{2}I+\sum_{k=1}^{\infty}a_k\cos kA+b_k\sin kA$$

Использованная литература

1. *Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: Наука. 1967. 576 с*
2. *А. М. Тер-Крикоров Матричные функции и линейные дифференциальые уравнения. Москва 2014*
3. *Ланкастер П. Теория матриц. М.: Наука. 1978. 280 с.*