SJIF Impact Factor 2021: 8.013| ISI I.F.Value:1.241| Journal DOI: 10.36713/epra2016 ISSN: 2455-7838(Online)
EPRA International Journal of Research and Development (IJRD)
Volume: 6 | Issue: 5 | May 2021 - Peer Reviewed Journal

ON A DIFFERENTIAL EQUATION WITH AN INVOLUTION

G. A. Sodikova
Assistant, Fergana Polytechnic Institute

ABSTRACT
Currently, research is being conducted in various directions in the field of differential equations with involution. This article covers a single differential equation with an involution.
KEYWORDS: *differentiation, involution, order, argument, equations, solutions.*

ОБ ОДНОМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОМ УРАВНЕНИЕ С ИНВОЛЮЦИЕЙ

Г.А.Содиқова, ассистент
Ферганский Политехничиский институт

Аннотация: В настоящее время проводятся исследования в различных направлениях в области дифференциалных уравнений с инволюцией. В данной статье освещено об одном дифференциальном уравнение с инволюцией.
Ключевые слова: дифференциация, инволюция, порядка, аргумент, уравнения, решения.

Впервые в работе [1] получено общее решения уравнения $y' = y(\frac{1}{t})$ решения получено в [2] с другим методом.В настоящее время проводятся исследования в различных направлениях в области дифференциалных уравнений с инволюцией. В этой работе мы приведем общее решения уравнения второго порядка с инволюциями

$$y'' = y'(\frac{1}{t}).$$

Производя замену аргумента $t \to \frac{1}{t}$ в уравнение (1) получим,что

SJIF Impact Factor 2021: 8.013| ISI I.F.Value:1.241| Journal DOI: 10.36713/epra2016 ISSN: 2455-7838(Online)
EPRA International Journal of Research and Development (IJRD)
Volume: 6 | Issue: 5 | May 2021 - Peer Reviewed Journal

$$y'' = y'(\frac{1}{t}), t \in R^{+}.$$

Дифференцируя уравнения (1) с учетом (2) имеем $t^2 y'''(t) + y'(t) = 0$.С умножениям на t это уравнение сводится к уравнению Эйлера

$$t^3 y'''(t) + ty'(t) = 0.$$

Характеристическая уравнения (3): $\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)+\lambda = 0,$ имеет корни $\lambda_1 = 0$, $\lambda_{2,3} = \frac{3}{2} \pm i\frac{\sqrt{3}}{2}$,то общее решения (3) можно представить в виде

$$y(t) = C_1 + t^{\frac{3}{2}}\left[C_2 \cos(\frac{\sqrt{3}}{2}\ln t) + C_3 \sin(\frac{\sqrt{3}}{2}\ln t)\right].$$

Решение уравнения (1) будем искать в виде (4).Тогда получим связь между произвольными коэффициентами: $C_3 = -\frac{1}{\sqrt{3}}C_2$ и $C_3 = 2C_2$

Общее решения уравнения (1) при $C_3 = -\frac{1}{\sqrt{3}}C_2$:

$$y(t) = C_1 + C_2 t\sqrt{t}\left[\cos(\frac{\sqrt{3}}{2}\ln t) - \frac{1}{\sqrt{3}}\sin(\frac{\sqrt{3}}{2}\ln t)\right] =$$

$$C_1 + \frac{2}{\sqrt{3}}C_2 t\sqrt{t}\cos(\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}\ln t) = A + Bt\sqrt{t}\cos(\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}\ln t).$$

а при $C_3 = 2C_2$:

$$y(t) = C_1 + C_2 t\sqrt{t}\left[\cos(\frac{\sqrt{3}}{2}\ln t) + \sqrt{3}\sin(\frac{\sqrt{3}}{2}\ln t)\right] =$$

$$C_1 + 2C_2 t\sqrt{t}\cos(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\ln t) = C + Dt\sqrt{t}\cos(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\ln t).$$

Следовательно,решением уравнения (1) могут быть функции

$$y(x) = A + Bt\sqrt{t}\cos(\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}\ln t), \text{ и } y(x) = C + Dt\sqrt{t}\sin(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}\ln t).$$

SJIF Impact Factor 2021: 8.013| ISI I.F.Value:1.241| Journal DOI: 10.36713/epra2016 ISSN: 2455-7838(Online)
EPRA International Journal of Research and Development (IJRD)
Volume: 6 | Issue: 5 | May 2021 - Peer Reviewed Journal

Где A,B,C и D произвольные постоянные.Проверка показывает, что вторая функция не удовлетворяет уравнению (2).Таким образом общим решением уравнения (1) является функция

$$y(x) = A + Bt\sqrt{t}\cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}\ln t\right).$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Silberstein L.Solution of the equation.Lond.Edinb.Dubl.Phil.Mag.30 (200),185-186 (1940)
2. Винер И.Я.Дифференциальные уравнения с инволюцией. Дифференциальние уравнения, 5 (1969), 1131-1137.
3. Потапкин Н.Н., Вишневский С.А., Ашрятов А.А. Повышение энергоэффективности осветительных установок общественных помещений // Современные проблемы науки и образования. – 2015. – № 2-1
4. Obidov, J. G. O. (2020). About safety technique and issues of supplying electricity of the textile industry. ACADEMICIA: An International Multidisciplinary Research Journal, 10(9), 123-127.