SJIF Impact Factor 2021: 8.013| ISI I.F.Value:1.241| Journal DOI: 10.36713/epra2016 ISSN: 2455-7838(Online)
EPRA International Journal of Research and Development (IJRD)
Volume: 6 | Issue: 11 | November 2021 - Peer Reviewed Journal

REPRESENTATION OF THE MATHEMATICAL MODEL OF CONTROL OF A TECHNOLOGICAL OBJECT AS AN INTERVAL LOGICAL-DYNAMIC SYSTEM

Oybek Jumaboevich Khudayberdiev
Navoi State Mining Institute, Navoi city, Republic of Uzbekistan

ABSTRACT

This article discusses the problem of creating a mathematical model for controlling a technological object as an interval logical-dynamic system (LDS). The problem is solved by the methods of LDS theory and interval analysis. An interval set of solutions is obtained, which guarantees the content of a real solution, while the width of the obtained interval solution is estimated, which ensures the stability of this solution.

KEYWORDS: *control, technological object, system, technological process control, uncertainty, model, differential equation, transformed, Laplace images, interval, logical-dynamic system, operator, transfer function.*

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА КАК ИНТЕРВАЛЬНОЙ ЛОГИКО-ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Худайбердиев Ойбек Жумабоевич
Навоийский государственный горный институт,
г.Навои, Республика Узбекистан

Аннотация. В данной статье рассматривается задача создания математической модели управления технологического объекта как интервальной логико-динамической системы (ЛДС). Поставленная задача решается методами теории ЛДС и интервального анализа. Получено интервальное множество решений, которое гарантирует содержание вещественного решения, при этом оценивается ширина полученного интервального решения, что обеспечивывет устойчивость этого решения.

Ключевые слова: управления, технологический объект, система, управление технологическим процессом, неопределенность, модель, дифференциальное уравнение, преобразованые, изображений по Лапласу, интервал, логико-динамическая система, оператор, передаточная функция.

Введение

Современное горное производство характеризуется достаточным арсеналом средств автоматизации и управления. Для их рационального использования необходимо определить и реализовать оптимальные параметры автоматических систем и регуляторов. Определение оптимальных параметров возможно на стадии проектирования путем изучения поведения моделей управляемых технологических процессов [1].

SJIF Impact Factor 2021: 8.013| ISI I.F.Value:1.241| Journal DOI: 10.36713/epra2016 ISSN: 2455-7838(Online)
EPRA International Journal of Research and Development (IJRD)
Volume: 6 | Issue: 11 | November 2021 - Peer Reviewed Journal

В процессе изучения систем управления технических объектов анализируются функциональные схемы управления *технологических процессов, определяются взаимосвязи между подсистемами, ограничения, критерии управления. Рассматриваются статическ*ие и динамические режимы работы машин, установок и их математическое описание. Изучаются особенности методов исследования математических моделей, имеющих нелинейные зависимости, трансцендентные уравнения. Описание объекта множеством равновероятных операторов содержит *неопределенность*. Если параметры модели заданы с точностью до интервалов значений, то о таких системах говорят, что они *интервальные*. Именно этот факт даёт оснавание рассмотрет математические модели систем управления технологических процессов в контексте интервального анализа.

Ниже кратко изложим, согласно авторам работы [1], вещественный вариант математическую моделъ системы управления технологического объекта, т.к. эти данные используются для описания схемы управления технологического процесса в интервальном варианте.

§1.1. Вещественный вариант математической модели системы управления технологического объекта

Современное горное производство характеризуется достаточным арсеналом средств автоматизации и управления. Для их рационального использования необходимо определить и реализовать оптимальные параметры автоматических систем и регуляторов. Определение оптимальных параметров возможно на стадии проектирования путем изучения поведения моделей управляемых технологических процессов [1].

На содержательном уровне объекты и системы управления интерпретируются как устройства получения, передачи и обработки информации. С другой стороны, объекты и системы можно рассматривать как преобразователи сигналов – носителей этой информации. Преобразование сводится к изменению параметров, кодирующих информацию. Свойства системы как преобразователя характеризуются ее *оператором*, отображающим множество функций времени на входе системы на множество функций выхода [1,2]:

$$y(t) = O\{f(t)\}.$$

При построении моделей стремятся к их простоте при максимальной адекватности оригиналам. В частности, принимают гипотезу о линейности оператора, что принципиально упрощает анализ и синтез.

Если вариации оператора происходят много медленнее основных процессов, то вместо нестационарного оператора рассматривают множество стационарных операторов, различающихся значениями параметров. Описание объекта множеством равновероятных операторов содержит *неопределенность*. Если параметры модели заданы с точностью до интервалов значений, то о таких системах говорят, что они *интервальные*.

При построении моделей *структуру объекта* или *систему* предварительно расчленяют на элементы направленного действия и рассматривают их как преобразователи сигналов. Элементы выделяются, как правило, по функциональному признаку, причем сами эти функции понимаются в контексте операций управления: *объект управления*; *измерительные, преобразовательные и усилительные элементы*; *управляющее устройство*; *исполнительный механизм*; *управляющий орган*. Далее для каждой части строится своя модель, а затем модели частей связывают между собой таким же образом, как соединялись сами части [1,2]. Это обстоятельство даёт возможность рассмореть математическую моделъ системы управления технологического объекта как логико-динамическую систему (ЛДС). Достоинство моделирования по частям как ЛДС заключается в наглядности механизма преобразования входов в выходы [5,7].

§1.2. Линейные модели вход-выход и характеристики систем управления

Основными формами представления конечномерных линейных непрерывных стационарных детерминированных операторов преобразования входных переменных $f(t)$ в переменные выхода $y(t)$ являются: *дифференциальные уравнения, передаточные функции* и *временные характеристики.* Эти и некоторые другие представления операторов рассматриваемого класса моделей могут быть приняты за основу задания динамических свойств в терминах вход-выход. Если для конкретных исследований та или иная форма оказывается более предпочтительной, ставится и решается задача перехода от одной формы к другой, например задача построения временных характеристик по дифференциальному уравнению или передаточной функции.

Обыкновенное линейное дифференциальное уравнение n-порядка с постоянными коэффициентами обычно записывается так [1,2]:

SJIF Impact Factor 2021: 8.013| ISI I.F.Value:1.241| Journal DOI: 10.36713/epra2016 ISSN: 2455-7838(Online)
EPRA International Journal of Research and Development (IJRD)
Volume: 6 | Issue: 11 | November 2021 - Peer Reviewed Journal

$$a\frac{d^n y}{dt^n}+\ldots+a_1\frac{dy}{dt}+a_0 y=b_m\frac{d^m f}{dt^m}+\ldots+b_1\frac{df}{dt}+b_0 f. \qquad (1)$$

Если ввести оператор дифференцирования по времени $p \equiv d/dt$, то уравнение (1) запишется в компактном виде:

$$A(p)y(t)=B(p)f(t), \qquad (2)$$

где $A(p) = a_n p^n + \ldots\ldots + a_1 p + a_0$ и

$$B(p) = b_m p^m + \ldots\ldots + b_1 p + b_0,$$

называются операторными полиномами.

Дифференциальное уравнение дополняется начальными условиями

$$(y(0), y'(0), \ldots, y^{(n-1)}(0))^{\phi}.$$

Передаточная функция равна отношению изображений по Лапласу переменных выхода и входа при нулевых начальных условиях

$$W(s)=Y(s)/F(s),$$

где интегральное преобразование Лапласа определяется так [1]:

$$Y(s)=L\{y(t)\}=\int_0^{\infty} y(t)e^{-st}dt \text{ и } F(s)=L\{f(t)\}=\int_0^{\infty} f(t)e^{-st}dt.$$

Преобразуя дифференциальное уравнение (1) при нулевых начальных условиях, получаем алгебраическое уравнение для изображений:

$$A(s)Y(s)=B(s)F(s).$$

Отсюда следует, что передаточная функция легко записывается по дифференциальному уравнению

$$W(s)=B(s)/A(s) \qquad (3)$$

и, наоборот, по передаточной функции сразу записывается дифференциальное уравнение.

Зная передаточную функцию и изображение переменной входа, легко найти изображение выхода [1]:

$$Y(s)=W(s)F(s).$$

§1.3. Построение моделей по системе дифференциальных уравнений

Системы дифференциальных уравнений обычно получаются в результате построения аналитическим методом математических моделей физических систем с сосредоточенными компонентами.

Пусть исходные знания об объекте управления имеют вид некоторой физической системы с сосредоточенными компонентами; это может быть, например, многоконтурная электрическая или механическая схема. На основе соответствующих законов по определенным правилам записываются компонентные уравнения и уравнения связей. Далее эти уравнения можно привести к следующему виду [1]:

$$\begin{cases}\sum_{j=1}^{N} A_{ij}(p)x_j(t)=\sum_{r=1}^{P} B_{ir}(p)f_r(t), \; i=1,\ldots,N \\ y_q(t)=\sum_{i=1}^{N} C_{qi}(p)x_i(t), \; q=1,\ldots,K.\end{cases} \qquad (4)$$

Уравнения (4) можно записать в матричном виде:

и

$$\begin{cases}A(p)x(t)=B(p)f(t) \\ y(t)=C(p)x(t),\end{cases} \qquad (5)$$

где x – вектор внутренних переменных размерности N; f и y – векторы переменных входа и выхода размерностей P и K соответственно; $A(p)$, $B(p)$, $C(p)$ – полиномиальные матрицы.

Обычно матрица C – числовая, т. е. состоит из нулей и единиц, указывающих, какие из переменных x принимаются за выходные. Используя эти обстоятельство моделъ системы управления технологического объекта можно рассмореть как ЛДС.

При определенных условиях систему (4) можно записать в форме системы дифференциальных уравнений первого порядка, разрешенных относительно производных и для конечномерных систем состояние представляется как n-мерный вектор $\nu(t)$, при $t=0$ вектор $\nu(0)=v_0$ – начальное состояние [1]:

$$\frac{d\text{н}_i}{dt}=a_{i1}\text{н}_1+\ldots+a_{in}\text{н}_n+b_{i1}f_1+\ldots+b_{ip}f_p;\; i=1,\ldots,n, \qquad (6)$$

дополненной уравнениями выходов

$$y_q(t)=c_{q1}v_1+\ldots+c_{qn}v_n; \quad q=1,\ldots,K. \qquad (7)$$

Система дифференциальных уравнений первого порядка, в нормальной форме пространства состояний (векторно-матричной форме) записывается следующим образом [1]:

SJIF Impact Factor 2021: 8.013| ISI I.F.Value:1.241| Journal DOI: 10.36713/epra2016 ISSN: 2455-7838(Online)
EPRA International Journal of Research and Development (IJRD)
Volume: 6 | Issue: 11 | November 2021 - Peer Reviewed Journal

$$\begin{cases} \frac{dv}{dt} = Av + Bf, \; v(0) = v_0 \\ y = Cv + Df, \end{cases} \quad (8)$$

где f – P-мерный вектор входа; y – K-мерный вектор выхода; A – матрица состояний; B – матрица входа; C – матрица выхода; D – матрица обхода соответствующих размеров. Первую векторно-матричную строку в системе уравнений (8) называют уравнениями состояний, а вторую – уравнениями выхода.

Например, при n = 2 дифференциальные уравнения (8) системы с одним входом и одним выходом в раскрытой форме запишутся так [1]:

$$\begin{cases} \frac{dн_1}{dt} = a_{11}н_1 + a_{12}н_2 + b_1 f \\ \frac{dн_2}{dt} = a_{21}н_1 + a_{22}н_2 + b_2 f \\ y = c_1 н_1 + c_2 н_2 + df. \end{cases} \quad (9)$$

Соответсвующие матрицы будут иметь следующий вид:

$$\mathrm{A}=\begin{bmatrix} a_{11} a_{12} \\ a_{21} a_{22} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}; C = (c_1, c_2); D = d, \quad (10)$$

причем начальные условия являются математическим отражением предыстории. Если они ненулевые, то система совершает так называемые свободные движения. В конечномерных системах свободные движения определяются полностью оператором $A(p)$ и конечным числом начальных условий независимо от того, каким путем система пришла в это состояние к моменту начала наблюдения.

§2.1. Интервальный вариант математической модели системы управления технологического объекта как ЛДС.

Теперь используя вышеприведенные данные в первом параграфе, представим математическую модель системы управления технологического объекта как ЛДС [5, 7], с интервальными переменнами.

Предположим, что рассматриваемые функции $x(t), f(t), y(t)$ и n-мерный вектор $\nu(t)$ имеют интевальные расширения $\boldsymbol{X}(t), \boldsymbol{F}(t), \boldsymbol{Y}(t)$
и $\boldsymbol{V}(t)$ соответственно. Причем, эти функции удовлетворяют следующим условиям [3,4]:

1) функции $\boldsymbol{X}(t), \boldsymbol{F}(t), \boldsymbol{Y}(t)$ и $\boldsymbol{V}(t)$ определены и непрерывны для всех $t \in \boldsymbol{t} = [\underline{t}, \overline{t}]$;
2) функции $\boldsymbol{X}(t), \boldsymbol{F}(t), \boldsymbol{Y}(t)$ и $\boldsymbol{V}(t)$ монотонны по включению [3,4],
3) имеет место: $x(t) \in \boldsymbol{X}(t), f(t) \in \boldsymbol{F}(t), y(t) \in \boldsymbol{Y}(t), \nu(t) \in \boldsymbol{V}(t)$.

Теперь системы (4) и (5) представим в виде ИЛДС. Тогда система (4) примет вид:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{N} \boldsymbol{A}_{ij}(p)\boldsymbol{X}(t) = \sum_{r=1}^{P} \boldsymbol{B}_{ir}(p)\boldsymbol{F}_r(t), \; i = 1, \dots, N \\ \boldsymbol{Y}_q(t) = \sum_{i=1}^{N} L_q^C \boldsymbol{C}_{qi}(p)\boldsymbol{X}_i(t), \; q = 1, \dots, K. \end{cases} \quad (11)$$

Система (5) интервально-матричной форме имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \boldsymbol{A}(p)\boldsymbol{X}(t) = \boldsymbol{B}(p)\boldsymbol{F}(t) \\ \boldsymbol{Y}(t) = L_q^C \boldsymbol{C}(p)\boldsymbol{X}(t), \; q = 1, \dots, K. \end{cases} \quad (12)$$

где матрицы $\boldsymbol{A}$–состояний; $\boldsymbol{B}$–входа; $\boldsymbol{C}$–выхода являются интервальными матрицами, соответствующих матриц A, B и C, причем имеют место включений: $A \subset \boldsymbol{A}, \; B \subset \boldsymbol{B}, C \subset \boldsymbol{C}$.

В системах (11) и (12) логическое переменное $-L_q^C$ принимает следующие значения:

$$L_q^C = \begin{cases} 0, \text{ если } \boldsymbol{C}_{qi} = 0, \; i = 1, \dots, N \\ 1, \text{ если } \boldsymbol{C}_{qi} \neq 0, \; q = 1, \dots, K, \end{cases} \quad (13)$$

указывающее, какие из переменных $x \in \boldsymbol{X}(t)$ принимаются за выходные.

При определенных условиях систему (11) можно записать в форме системы дифференциальных уравнений первого порядка, разрешенных относительно производных и для конечномерных систем состояние представляется как n-мерный вектор $\boldsymbol{V}(t)$; при $t = 0$ вектор $\boldsymbol{V}(0)=\boldsymbol{V}_0$ – начальное состояние.

$$\dot{V} = \sum_{j=1}^{n} A_{ij} V_j + \sum_{k=1}^{p} B_{ik} F_k ; i = 1, \dots, n, \quad (14)$$

Система дифференциальных уравнений первого порядка в так называемой, нормальной форме пространства состояний (векторно-матричной форме) записывается следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{V}} = \boldsymbol{AV} + \boldsymbol{BF}, \; \boldsymbol{V}(0) = \boldsymbol{V}_0 \\ \boldsymbol{Y} = L_q^C \boldsymbol{CV} + \boldsymbol{DF}, \; q = 1, \dots, K, \end{cases} \quad (15)$$

где $\boldsymbol{F}$– P-мерный вектор входа; $\boldsymbol{Y}$ – K-мерный вектор выхода; $\boldsymbol{A}$ – матрица состояний; $\boldsymbol{B}$ – матрица входа; $\boldsymbol{C}$ – матрица выхода; $\boldsymbol{D}$ – матрица обхода соответствующих размеров, L_q^C- логический предикат удовлетворящий условию (13).

Первую интервальную векторно-матричную строку в системе уравнений (15) называют уравнениями состояний, а вторую – уравнениями выхода.

SJIF Impact Factor 2021: 8.013| ISI I.F.Value:1.241| Journal DOI: 10.36713/epra2016 ISSN: 2455-7838(Online)
EPRA International Journal of Research and Development (IJRD)
Volume: 6 | Issue: 11 | November 2021 - Peer Reviewed Journal

В качестве примера можно рассмотреть частный случай. При n=2 дифференциальные уравнения (15) системы с одним входом и одним выходом в раскрытой форме как ИЛДС запишутся так [7]:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{V}}_1 = \boldsymbol{A}_{11}\boldsymbol{V}_1 + \boldsymbol{A}_{12}V_2 + \boldsymbol{B}_1\boldsymbol{F} \\ \dot{\boldsymbol{V}}_2 = \boldsymbol{A}_{11}\boldsymbol{V}_1 + \boldsymbol{A}_{12}V_2 + \boldsymbol{B}_1\boldsymbol{F} \\ \boldsymbol{Y} = L_1^C\boldsymbol{C}_1\boldsymbol{V}_1 + L_2^C\boldsymbol{C}_2\boldsymbol{V}_2 + \boldsymbol{DF}. \end{cases} \qquad (16)$$

Соответсвующие интервальные матрицы будут иметь следующий вид:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{11} & \boldsymbol{A}_{12} \\ \boldsymbol{A}_{21} & \boldsymbol{A}_{22} \end{bmatrix}; \ \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_1 \\ \boldsymbol{B}_2 \end{bmatrix}; \ \boldsymbol{C} = (\boldsymbol{C}_1, \boldsymbol{C}_2); \ \boldsymbol{D} = \boldsymbol{d} = [\underline{d} \ \ \overline{d}], \qquad (17)$$

Если первое уравнение в системе (16) записать с использованием оператора дифференцирования $\boldsymbol{p}$, то имеем:

$$(\boldsymbol{pI} - \boldsymbol{A})\boldsymbol{V} = \boldsymbol{BF}, \qquad (18)$$

где $\boldsymbol{I}$ – интервальная единичная матрица.

Таким образом, ИЛДС (16) в форме пространства состояний являются частным случаем интервальной системой дифференциальных уравнений (12) с матрицей

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{pI} - \boldsymbol{A}, \ \ \boldsymbol{p} = \left[\underline{p}, \overline{p}\right]. \qquad (19)$$

Автономная система описывается однородным дифференциальным уравнением в интервальном виде

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{p})\boldsymbol{Y}(t) = 0;$$
$$\boldsymbol{Y}(0) = \boldsymbol{Y}_{\boldsymbol{0}}, \ \boldsymbol{Y}'(0) = \boldsymbol{Y}'_{\boldsymbol{0}}, \ \ldots, \ \boldsymbol{Y}^{(n-1)}(0) = \boldsymbol{Y}_{\boldsymbol{0}}^{(n-1)},$$

причем начальные условия являются математическим отражением предыстории. Если они ненулевые, то система совершает так называемые свободные движения. В конечномерных системах свободные движения определяются полностью оператором $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{p})$ и конечным числом начальных условий независимо от того, каким путем система пришла в это состояние к моменту начала наблюдения [1].

Автономная система может описываться интервально-логической системой уравнений различных порядков:

$$\begin{cases} \boldsymbol{A}(\boldsymbol{p})\boldsymbol{X}(t) = 0, \boldsymbol{X}(0) = \boldsymbol{X}_{\boldsymbol{0}} \\ \boldsymbol{Y}(t) = L_q^C\boldsymbol{CX}(t), \ \ q = 1, \ldots, K, \end{cases} \qquad (20)$$

а также дифференциальными уравнениями в форме пространства состояний [6]:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{V}} = \boldsymbol{AV}, \qquad \boldsymbol{V}(0) = \boldsymbol{V}_0 \\ \boldsymbol{Y} = L_q^C\boldsymbol{CV}, \qquad q = 1, \ldots, K. \end{cases}$$

Рассмотрим построение моделей вход-выход по системе дифференциальных уравнений. Пусть дана ИЛДС (12). Построение модели в терминах «вход-выход» означает исключение внутренних переменных, что проще выполнить, если от дифференциальных уравнений перейти к интервальной системе алгебраических уравнений для изображений, приняв нулевые начальные условия [6]:

$$\begin{cases} \boldsymbol{A}(s)\boldsymbol{X}(s) = \boldsymbol{B}(s)\boldsymbol{F}(s) \\ \boldsymbol{Y}(s) = \boldsymbol{C}(s)\boldsymbol{X}(s). \end{cases}$$

При небольшом числе уравнений применяют метод последовательных исключений. Пусть, например, объект с одним входом $\boldsymbol{F}$ и одним выходом $\boldsymbol{Y}$ имеет две внутренние переменные $\boldsymbol{X}_1$ и $\boldsymbol{X}_2$:

$$\begin{cases} \boldsymbol{A}_{11}(s)\boldsymbol{X}_1(s) + \boldsymbol{A}_{12}(s)\boldsymbol{X}_2(s) = \boldsymbol{B}_1(s)\boldsymbol{F}(s); \\ \boldsymbol{A}_{21}(s)\boldsymbol{X}_1(s) + \boldsymbol{A}_{22}(s)\boldsymbol{X}_2(s) = 0; \\ \boldsymbol{Y}(s) = \boldsymbol{X}_2(s). \end{cases} \qquad (21)$$

Решая систему (21) относительно $\boldsymbol{Y}(s)$, получим:

$$\boldsymbol{Y} = \frac{-\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{A}_{21}}{\boldsymbol{A}_{11}\boldsymbol{A}_{22} - \boldsymbol{A}_{12}\boldsymbol{A}_{21}}\boldsymbol{F}. \qquad (22)$$

В равенстве (22) вычисления связаны с обращением и перемножением полиномиальных матриц. Ясно, что полиномиальная матрица системы $\boldsymbol{A}(s)$ должна быть не особенной, иными словами, ее определитель не равен тождественно нулю.

Теперь по выражению из (22) переходим к передаточной функции:

$$\boldsymbol{W}(s) = \frac{-\boldsymbol{B}_{\boldsymbol{1}}(s)\boldsymbol{A}_{21}(s)}{\boldsymbol{A}_{11}(s)\boldsymbol{A}_{22}(s) - \boldsymbol{A}_{12}(s)\boldsymbol{A}_{21}(s)}.$$

В случае, когда требуется вычислить передаточную функцию, связывающую одну из выходных переменных $\boldsymbol{Y}$= $\boldsymbol{X}_q$ с одним из воздействий $\boldsymbol{F}_r$, применяют *правило Крамера*:

$$\boldsymbol{W}_{qr}(s) = \frac{\det \boldsymbol{A}_{qr}(s)}{\det \boldsymbol{A}(s)}, \qquad (23)$$

SJIF Impact Factor 2021: 8.013| ISI I.F.Value:1.241| Journal DOI: 10.36713/epra2016 ISSN: 2455-7838(Online)
EPRA International Journal of Research and Development (IJRD)
Volume: 6 | Issue: 11 | November 2021 - Peer Reviewed Journal

где полиномиальная матрица $\boldsymbol{A}_{qr}$ получена из матрицы $\boldsymbol{A}$ заменой q-го столбца r-м столбцом матрицы $\boldsymbol{B}$. Знаменатель передаточной функции $\boldsymbol{W}_{qr}(s)$ независимо от номеров входа r и выхода q равен характеристическому полиному системы

$$\boldsymbol{A}(s) = \det \boldsymbol{A}(s). \qquad (24)$$

В общем случае передаточная матрица системы, т.е. модель вход-выход через полиномиальные матрицы выражается следующим образом:

$$\boldsymbol{W}(s) = \boldsymbol{C}\boldsymbol{A}^{-1}(s)\boldsymbol{B}(s).$$

Теперь легко получить полиномы передаточной функции и записать выражение для дифференциального уравнения:

$$\boldsymbol{Y}(s) = \boldsymbol{W}(s)\boldsymbol{F}(s) = [\boldsymbol{C}(s\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{B} + \boldsymbol{D}]\boldsymbol{F}(s).$$

Если на вход системы подается единичный импульс, т.е. $\boldsymbol{F}(s) = 1$, то реакция системы (импульсная переходная функция) определяется из выражения

$$\boldsymbol{Y}(s) = \boldsymbol{W}(s)\boldsymbol{F}(s) = \boldsymbol{C}(s\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{B} + \boldsymbol{D}.$$

Пропуская промежутотные, элементарные вычисления и преобразования из-за грамозкости, используя обратное преобразовани Лапласа, получим интервальное решение поставленной задачи:

$$\boldsymbol{Y}(t) = L^{-1}\{\boldsymbol{C}(s\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{B} + \boldsymbol{D}\} = \boldsymbol{C}e^{\boldsymbol{A}\boldsymbol{t}}\boldsymbol{B} + \boldsymbol{D}\partial(t).$$

Полученное интервальное решение $\boldsymbol{Y}(\mathbf{t})$ поставленной задачи, как резултать теоремы [6], содержить искомое $y(t)$ вещественное решение, т.е. $y(t) \in \boldsymbol{Y}(\boldsymbol{t})$.

Вывод

Таким образом, в данной статье предложен представление математической модели системы управления технологического объекта как ЛДС [5, 7], с интервальными переменнами[3, 6]. Далее приводится способ решения поставленной задачи, а именно, получения множество решений в виде интервальнозначной функции, которое гарантирует содержание вещественного решения, при этом оценивается ширина полученного интервального решения, что обеспечивает устойчивость последнего.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Борисов Б.М., Большаков В.Е., Маларёв В.И., Проскуряков Р.М. Математическое моделирование и расчет систем управления техническими объектами. Учебное пособие. СПб, 2002. 630 с.*
2. *Борисов Б.М., Математические модели и расчет систем управления техническими объектами: Учебное пособие. СПб, 1999. 45с.*
3. *С.П.Шарый, Конечномерный интервальный анализ. Издательство «XYZ», Новосибирск-2019, 630с.*
4. *Калмыков С.А., Шокин Ю.И., Юлдашев З.Х. Методы интервального анализа. -Новосибирск: Наука, I986. -224 с.*
5. *Жук К.Д., Тимченко А.А., Доленко Т.И. Исследование структур и моделирования логико-динамических систем. Киев: Наукова думка, 1975.-197с.*
6. *Khudayberdiyev O. Generalized Equation of a Straight Line in the Interval Version. /International Journal of Progressive Sciences and Technologies. Vol 23, No 2-2020. 537-544.*
7. *Абдукадыров А.А., Худайбердиев О.Ж., Юлдашев З.Х. Логико-динамические модели и интервальные методы исследования многорежимных объектов.-Т.:1996, 17с. –Деп. в ГФНТИ ГКНТ РУз. от 14.06.96, №2560.*
8. *Абдукадыров А.А., Худайбердиев О.Ж., Юлдашев З.Х. О безопасности функционирования многорежимных систем. //Вычислительные технологии (совместный выпуск) Вестник КазНУ. -2002. Т.4. №7. -С.197-203.*
9. *Рогалев А.Н. Нахождение оптимальных гарантированных оценок множеств решений систем ОДУ с интервальными данными. //Выч. технол. Новосибирск. -1995. Т. 4, №13.-С.58-64.*
10. *Худайбердиев О.Ж. Об интервальном моделировании и решении логико-динамических систем. //Горный вестник Узбекистана. Научно-технический и производственный журнал. -2005. №1.-С.61-63.*